包括設計法の概念と技法

〜設計における同定化と模型化と最適化〜

高橋 武則

慶應義塾大学大学院客員教授

Paradigm and Methodology of Inclusive Design

Identification, Modeling and Optimization in Design

Takenori TAKAHASHI
Visiting Professor Keio University

【要約】 包括設計とは設計に必要なものを一まとめにしたものである．これには狭義の包括設計と広義の包括設計が存在している．前者は同定化と模型化と最適化の３つのステップから構成されており，後者はこれに実現確認と回帰修正が加わり５つのステップで構成されている．

科学的な設計では優れた近似模型が不可欠である．この獲得には因子の選定と構造の判別が必要で，これが第Ｉステップの同定化である．本研究は同定化の方法を次のように提案する．同定化は因子のスクリーニングとモデル構造の判別によってなされる．これに成功するには工夫した実験と統計処理が必要である．同定結果に基づいて必要な項の係数を推定して模型を決定するのが模型化のステップである．最後は設計目的を達成する望ましい水準を決定する最適化のステップである．

ところで，最適化の解は仮説であるためその実現確認を行うことが不可欠である．そして，もし解が受容れ難い場合には回帰を用いた修正を行う．この２つのステップを加えることで実務における設計を確実なものにすることができる．

キーワード：包括設計法，模型同定，カスタム計画，回帰修正

【Abstract】 Inclusive design is the overall procedure which integrates steps necessary to design. There are inclusive design of a narrow sense and inclusive design of a broad sense. The former consists of 3 steps which are identification, modeling and optimization, and the latter adds 2 steps which are confirmation of solution and correction by regression, then it consists of 5 steps in total.

An approximate model without the overs and shorts is indispensable for the scientific design. Selection of important factors and discrimination of model structure are needed to get this. It means identification which is the first step. This paper proposes the way of identification as follows. Identification is done by screening of factor and discrimination of model structure. A devised experiment and devised statistical work are needed to make it succeed. It's a step of modeling to decide a model clearly by estimating coefficient of regression based on the result of identification. Final step in inclusive design of a narrow sense is optimization which is to find the desirable level

However, a solution of optimization is a hypothesis. It is indispensable to confirm the solution whether it is achieved. When a solution is difficult to accept, it's necessary to correct it by regression analysis. A design succeeds to add these 2 steps after optimization step.

Key Words: Inclusive Design Method, Model Identification, Custom Design, Regression Correction,

1. はじめに

設計は長い時間と多額の費用と多大の労力を要するために，一度取り組んだら何としても結果を出す必要がある．本研究で提案する包括設計法には準備，仮決定，本決定の３ステージがある．統計的設計では LOF (Lack of fit：不適合）と誤差 ε の影響を被るので，条件を決めてもそれは仮決定（仮説）で，その後の実現確認（検証）が不可欠である．もし結果が受容れ難い場合には，事後に回帰を用いた修正（乖離減衰，平均調整）で本決定に持ち込む必要がある．

LOF と誤差 ε の問題は複雑である．ときには思わぬ LOF により足を掬われることがある．あるいは，LOF の問題はないにも拘わらず誤差 ε のばらつきが大きいために暗礁に乗り上げることもある. 最も悲劇なのは LOF の存在と誤差 ε のばらつきが大きいことによるダブルパンチで，実現確認の結果が解（予測値）と大きくずれることもある．

本研究は，実現確認の結果が受容れ難い場合の対応として回帰修正（乖離減衰，平均調整）について論じる．

2　設計における LOF と誤差 ε

2.1 LOF と誤差 ε

設計という創造の中身の実体は数理計画法を活用する最適化である．ただし，近似式に基づく創造でありかつ誤差を伴うために，最適化によって得られた最適解はあくまでも仮説でしかない．もし近似式の LOF が大きな場合や誤差のばらつきが大きな場合には，得られた解（最適値）は LOF and/or 誤差の影響で実現しないことが発生する．このため，最適解の実現確認は不可欠である. LOF と誤差の影響により実現確認で予測値（設計値）と実現値（データ）が多かれ少なかれずれることは避けられない．もしこのずれが受容れ難いレベルの場合には最後に回帰を用いて修正を行うことにより何としても設計目的を果たす必要がある．このことは，実践型の設計アプローチにおいては最重要項目であり，実務の取り組みでは不可欠の要件である．

本稿では主に誤差（確率誤差）のある実実験の場合を取り上げる．なお，誤差のある場合に用いる数式は通常は推定式となるが，本稿では本質を簡潔に議論するために推定式の表現は用いずに通常の数式の表現を用いる．

実実験では誤差（純粋誤差） ε を無視することはできない. そして実験データから真の模型 $\pi(\mathbf{x})$を獲得することは困難で，近似式 $f(\mathbf{x})$を模型化することになる．

そこで，LOF を次のように表現する．

$$LOF = \pi(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}) \qquad \mathbf{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_p) \tag{1}$$

このとき超設計の基本的模型構造は以下のようになる．

$$\begin{aligned} y &= \pi(\mathbf{x}) + \varepsilon \\ &= f(\mathbf{x}) + LOF + \varepsilon \quad , \quad \mathbf{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_p) \end{aligned} \tag{2}$$

実践的な設計を行うためには以下の点が重要である．

① ε を必要なレベルまで小さくする．

※誤差なしシミュレーションの場合は無視する．

②クリティカルな LOF が生じない工夫を行う．

③LOF と ε を分離する工夫を行う

①は改善活動なので，紙数の都合により本稿ではその議論を割愛して②に焦点を合わせて議論する．その際に③を配慮した実験計画（ResolutionⅣの計画+同一条件での複数の繰り返し）のもとでのＦ検定や純粋誤差に基づく予測区間を利用した t 検定（両側検定）を活用する．

2.2　テイラー展開に基づく近似式(LOF は 0 ではない)

実験を行って近似式（模型）を作成しようとする場合に適切な近似模型は１次模型か，積項模型か，あるいは 2 次模型かについて実験の前に明確な情報がないことが少なくない．しかし，テイラー展開のメカニズムを応用すると近似式を用いた合理的なアプローチが可能になる. それは実験計画（DOE: Design of Experiment）に基づいてとったデータで近似模型を作成し，それを用いた数理計画法による最適化という形の設計である．

ここでは，分かり易い説明のために一般形の最小形として 2 次の積項を示すことができる 2 変数関数 $\pi(x_1,x_2)$ の場合を取り上げる．なお，この場合の真の 2 変数関数は未知であるとする．これに関する点（a,b）の近傍でのテイラー展開を以下に示す.

$$\begin{aligned} \pi(x_1, x_2) &= \pi(a,b) + \frac{\partial \pi(a,b)}{\partial x_1}(x_1 - a) + \frac{\partial \pi(a,b)}{\partial x_2}(x_2 - b) \\ &\quad + \frac{\partial^2 \pi(a,b)}{\partial x_1 \partial x_2}(x_1 - a)(x_2 - b) \\ &\quad + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 \pi(a,b)}{\partial x_1 \partial x_1}(x_1 - a)^2 + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 \pi(a,b)}{\partial x_2 \partial x_2}(x_1 - b)^2 + \cdots \\ &= c_0 + c_1(x_1 - a) + c_2(x_2 - b) + c_{12}(x_1 - a)(x_2 - b) \\ &\quad + c_{11}(x_1 - a)^2 + c_{22}(x_2 - b)^2 + \cdots \end{aligned} \tag{3}$$

点（a,b）そのものならば y は定数 π(a, b)となる．シミュレーションの場合にはこれが真値となり，実実験の場合にはこれに確率誤差 ε がつく. 実験水準はこの点 (a,b) から離れるわけであるが，その離れ具合で以下のようになる．このとき，最終的にものを作る場合には，極端に広い水準をとることはありえないことを考慮する．

①ごく近傍ならば１次項までで近似ができる．

②少し離れたならば積項までで近似ができる．

③更に離れた場合は２次項までで近似ができる．

④かなり離れた場合は３次項を要する場合もある．

このことを踏まえて戦略的に設計を行うことができる．

致命的な LOF は絶対に回避しなければならないが，時にはそれを抱えてしまうこともある．上記の①~④に関する見通しを誤るとか，実験計画の際に用いる計画を不適切なものを採用するということが起きるかもしれない．そのような場合の対応方法として回帰修正がある．

2.3　誤差 ε のばらつき

LOF の問題が無い場合でも誤差 ε の問題に注意しなければならない．誤差のばらつきが大きいとその悪影響を被る．このばらつきの低減は重要であるが，それは改善活動であるためこれについては別の機会に議論する．

3. 包括設計法（包括法）

3.1　3 ステージと設計の 6 ステップの概要

包括とはいろいろなものを一つにまとめることをいう．本章では設計として必要なものを一つにまとめたものを包括設計法（CDM: Comprehensive Design Method）と呼び，以後は包括法と表記する．これには大きく分けると 3 ステージがあり，そのもとで具体的な取り組みには 6 つのステップがある．しかし，最初のステップは設計そのものではなく，あくまでも設計のための事前の準備の内容なのでそれらにはステップの番号を打たない．

［Ⅰ**準備**ステージ］

誤差が大きければ以後のステージでの統計的性質が悪く，量産時には工程能力指数が低くなるので事前に低減すべきである．また，これまでの固有技術の情報を整理して，特性要因図と構造模型表を作成する．

＊誤差管理：誤差を低減したうえで管理

＊候補因子の整理:特性要因図で因子を体系的に整理

＊模型構造の考察：構造模型表で各項の有無を整理

［Ⅱ**本番**ステージ］

クリティカルな LOF のない模型を作成し，広く配慮した多目的最適化を行う．

①同定化：模型構造を明らかにする．

②模型化：追加実験を行って基盤関数を確定する．

③最適化：数理計画法で最適化する．

［Ⅲ**事後**ステージ］

解は仮説でしかなく，その実現の確認が必要で，問題があれば調整しなければならない．

④実現確認：最適解の実現を確認する．

⑤回帰修正：ずれた解を受容れ可能状態に調整する．

本発表では［Ⅱ**本番**ステージ］の①の同定化と，［Ⅲ事後ステージ］の④の実現確認および⑤回帰修正（ずれた解を受容れ可能状態に調整する）に焦点を合わせて議論する．なお，［Ⅰ準備ステージ］の誤差管理（誤差を低減したうえで管理する）については設計そのものではないので紙数の都合により割愛する．

3.2　同定化と実現確認の詳細

1)【**同定化**】模型構造を明らかにする．

＊初期実験：主要因子の選択と模型構造の同定の実験．

・8 因子に対しては L16RIV+C4 の計画で実験する．

＊因子選抜と構造同定：主要因子選抜と模型構造の同定

・上位 5 因子以内に絞るとともに積項．2 次項の有無を判断する．

・実実験は予測区間で判断する．

【注】判定の方法については図 1 を参照されたい．この図では 2 水準を−1，1 そして中点を 0 としている．

＊予測区間：判定に用いる両側検定のための予測区間

ＩＤ点の平均値（繰り返し数は k）に関する予測区間とは，実験データだけで作成した模型のもとでの平均値の予測区間の式の不遍分散と t 値の自由度をそれぞれ純粋誤差分散の V_{PE} と自由度 ϕ_{PE} に切り替えたものである．

$\mathbf{x}_{\#}=(x_{1\#},\mathrm{L}\ ,x_{p\#})$ における k 個のデータの平均の予測区間

$$\hat{y}_{\#}\pm t(\phi_{PE},\alpha)\sqrt{\{\frac{1}{k}+\frac{1}{n}+\frac{D_{\#}^{2}}{n-1}\}V_{PE}}$$
$$D_{\#}^{2}=(n-1)\sum_{i}^{p}\sum_{j}^{p}(x_{\# i}-\bar{x}_{i})(x_{\# j}-\bar{x}_{j})S^{ij}$$
$$S=(S_{ij}),\ S_{ij}=\sum_{\alpha}^{n}(x_{\alpha i}-\bar{x}_{i})(x_{\alpha j}-\bar{x}_{j})\rightarrow S^{-1}=(S^{ij})\tag{4}$$

【注】中心点の場合には $D_{\#}^{2}=0$

2)【**実現確認**】予測区間と誤差率で解の実現を確認する．

予測区間あるいは誤差率を用いて解の実現を確認する．

＊実実験の場合は予測区間による両側検定を行う．

この後に必要な項を得るためのカスタム計画の実験あるいは拡張計画の実験（追加実験）を行う．総実験回数を節約する場合には後者が優れている．これについては別の機会に取り上げることとし，今回は割愛する．

3.3　回帰修正

模型同定を誤ると深刻なＬＯＦを生じる．統計的な判断(検定)のために誤る確率は覚悟しなければならない．それは実現確認の段階で明らかになるが，そのような場合には回帰修正を行えばよい．

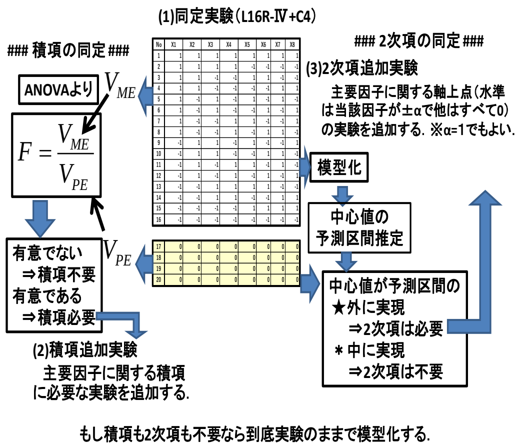


図 1　積項と 2 次項の判定による模型同定

4. 交互作用の交絡と堆積交互作用

4.1 ResolutionⅣと近似的ResolutionⅣの構造

交互作用がないことが望ましいのは明らかである．そして，多少の交互作用ならば無視しても設計においては大きな問題にはならない．しかし大きな交互作用がある場合にこれを無視することは危険である．格子点解に関する最大の水準や最小の水準を求めることはできても，本来の内挿解としての最適条件を十分な近似値として把握するのは困難である．したがって，大きな交互作用がある以上はそれを取り入れた模型で設計を行うのが合理的である．交互作用を無視するかどうかの判断は自由度2重調整済み寄与率を用いて行うのがよい．

交互作用（積項）の存在はとても悩ましい．これがパワフルに存在する場合にこれを無視すると設計は破綻する．しかし，これを確実に把握しようとするとなると実験サイズがとても大きなものになる．そこで戦略的な方法として交互作用の交絡を活用することを考える．交絡とは複数のものの効果が混じりあって分離できないことである．そして複数の交互作用が交絡して溜まったものを本研究では堆積交互作用と呼び，これと純粋誤差が混じりあったものを堆積誤差と呼ぶ．交互作用の交絡は悩ましいものではあるが，これを逆手にとって活用するというアプローチがある．

交互作用の交絡を戦略的に使う方法の代表は表1に示すL8Resolution Ⅳの計画[19]と表2に示すL16Resolution Ⅳの計画[19]である．Resolution Ⅳとは表1と表2が示すように，交互作用同士は交絡するが主効果は交絡しない計画のことを言い，これを用いれば主効果については交絡なしにきちんと把握することができる．ただし，計画は飽和している（情報が取れる列の全てに因子が割り付けられている）ので誤差の情報をとることができない．したがって，取り上げている因子や交互作用の中で相対的に小さなものを誤差とみなすという便法が用いられる．しかし，もし純粋誤差（同じ条件の繰返しによって得られる誤差）の値が分かれば，これを用いて交絡している交互作用の有意性を吟味（検定）することができる．すなわち，ある列の堆積交互作用が純粋誤差を用いた有意性の検定で有意とならなければ，堆積交互作用を構成する全ての交互作用は無視してよいことになる．もし堆積交互作用の列の全てが有意でなければ，いずれの交互作用も無視してよいことになる．この時は主効果だけでの模型で設計を行うことができるのである．

しかし一つ以上の列が有意となった場合にはその後の対応が極めて難しい．有意となった列には複数の交互作用が交絡しているので，どの交互作用が無視できないのかについては統計的には判断がつかない．特にL16に8因子を割り付けた場合には，4つの交互作用が交絡しているので判断は困難を極める．もし交互作用に関して固有技術の情報があるのであればそれを利用することができるのでが，そのような情報があるのであれば，そもそも最初から Resolution Ⅳなどを用いずにその情報に基づいて交互作用のきちんとした割り付けを行えばよいのである．

ところで，交互作用の交絡ということに関して表3に示すL12は優れた性質を有している．任意の2列の交互作用は残りの9列に均等配分されるのである．したがって空き列が複数ある場合には，そこには同じ大きさの堆積交互作用が配分されることになる．この数理的構造が持つ性質は近似的Resolution Ⅳと呼ばれている．[4]ここでは分かり易い説明を行うために，あえて4因子しか割り付けていない．表3より明らかなように，主効果の割り付けられている列では自身の絡む交互作用は分配されないので，その列の堆積交互作用は空き列の堆積交互作用よりは小さいことになる．したがって，空き列の堆積交互作用が純粋誤差に対して有意でなければ，全ての交互作用を無視してもクリティカルな問題はないわけである．この時はL12のデータで主効果だけの模型で1次模型を作成してこれで設計を行うことができるのである．

もし堆積交互作用が有意になりかつ堆積交互作用の寄与率が大きい場合は，表4のL8ResolutionⅤ（3因子）か表5のL16ResolutionⅤ（5因子）を行う．ただし，説明のためにL8のResolutionⅣおよびResolutionⅤも紹介したが，これは因子が少なくまた実験回数も少ないので実践の場合にはL16を推奨する．

ここでは2次の交互作用に焦点を合わせているが，厳密にいえば高次項（2次以上の項）や高次の交互作用（3因子以上の交互作用）も交絡しているかもしれない．もし多数の因子の実験においてそれぞれの水準幅が広い場合には，個々の因子の2次項や3因子交互作用が無視できなくなるかもしれない．そのような場合の議論については別の機会に報告を予定している．

表1　L8ResolutionⅣ

列番	1	2	3	4	5	6	7
要因	A	B		C			D
堆積交互作用			AB CD		AC BD	AD BC	
純粋誤差	e	e	e	e	e	e	e

表２　L16ResolutionⅣ

列番	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
要因	A	B		C			D	E			F		G	H	
堆積交互作用			AB CD EF GH		AC BD EG FH	AD BC EH FG			AE BF CG DH	AF BE CH DG		AG BH CE DF			AH BG CF DE
純粋誤差	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e

表３　L12（近似的 ResolutionⅣ）

列番	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
要因	A	B	C	D							
堆積交互作用	欠	欠	AB	AB	AB	AB	AB	AB	AB	AB	AB
	欠	AC	欠	AC	AC	AC	AC	AC	AC	AC	AC
	欠	AD	AD	欠	AD	AD	AD	AD	AD	AD	AD
	BC	欠	欠	BC	BC	BC	BC	BC	BC	BC	BC
	BD	欠	BD	欠	BD	BD	BD	BD	BD	BD	BD
	CD	CD	欠	欠	CD	CD	CD	CD	CD	CD	CD
純粋誤差	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e

表４　L8ResolutionⅤ

列番	1	2	3	4	5	6	7
要因	A	B		C			
交互作用			AB		AC	AD	
純粋誤差	e	e	e	e	e	e	e

表５　L16ResolutionⅤ

列番	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
要因	A	B		C				D							E
交互作用			AB		AC	BC	DE		AD	BD	CE	CD	BE	AE	
純粋誤差	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e

4.2 純粋誤差によるの堆積交互作用の検定

L12 の僅か 12 個のデータに対して 9 個前後の変数を用いて模型を作成すれば，見かけ上高い寄与率の模型が出来上がる．したがって寄与率が高いからと言ってうかつにそれを信じてはならない．これに対してのアプローチとして純粋誤差による堆積交互作用の検定が有効である．事前に純粋誤差を把握してありかつ L12 に数個の空き列があるのであれば，これを用いて堆積交互作用が有意かどうか検定することができる．実際には堆積誤差（=堆積交互作用＋純粋誤差）を純粋誤差で検定することになる．この検定に関して，空き列は 3 列あることが望ましいが，現実的には 2 列にすることが有用である．変数選択によりいくつかの列（多くの場合には少なくとも 1 つ以上の列）がプールされるからである．そして純粋誤差は繰り返しが 10 は欲しい．10 個のデータから求めた誤差の不偏分散の自由度は 9 となり，堆積交互誤差の自由度が 3 の場合には F 検定の上側 5%の値は 3.86（F(3,9:0.05)=3.86）である．これを超えたら有意と判定し，堆積交互作用はあるものと考える．

(1) 純粋誤差（pure error）の母分散 σ^2_{PE} に関して不偏分散 V_{PE} を求める．

(2) L12 に空き列を 2 列作り堆積誤差（accumulated error）の母分散 σ^2_{AE} に関して不偏分散 V_{AE} を求める．

※L12 の変数選択で選択されなかったものはプールして堆積誤差の自由度を 3 以上にする．

(3) $F=V_{AE}/V_{PE}$ を用いて F 検定を行う．

検定の結果，もし有意になった場合は，L16 を検討することが原則である．しかし，堆積交互作用があるからといって直ちに L12 による設計を諦めるべきではない．もし堆積交互作用の寄与率が低いのであれば，それを無視した近似式を用いての設計が有効であるという可能性があるからである．この場合の寄与率は単なる寄与率は危険なので自由度 2 重調整済み寄与率 R**^2[2]を用いるのが賢明である．次節で R**^2 について説明する．

4.3 自由度 2 重調整済み寄与率 R**^2

寄与率とは「データの全情報の中で，各要素のもつ情報が占める割合のこと」である．すなわち y の変動のうち各因子の変動の占める割合である．回帰による変動を S_R とし誤差変動（正確には誤差および LOF による変動）を S_e とすると全変動 S_T は両者の和となる．

$$S_T = S_R + S_e \tag{5}$$

したがって回帰式の寄与率は以下のようになる．

$$\begin{aligned} R^2 &= S_R / S_T \\ &= 1 - S_e / S_T \end{aligned} \tag{6}$$

重回帰式の場合には，その式によって説明ができる割合（全変動に対する説明率）のことである．寄与率が高い重回帰式は y をうまく説明しており，寄与率 1.0 の場合には誤差なしの完全な説明となる．

ところで注意しなければならないことは，寄与率は因子（説明変数）の数を増やすと必ず大きくなるという困った性質を持っているということである．このためデータ数 n が少なく，それに対して因子の数 p が多いと，実態とは別にかなり高い寄与率となり，誤解を生む評価になる．p=n－1 ならば必ず寄与率は 1 になる（完全に説明ができる）．最も簡単な例はデータ数が 2 個の場合で，2 点を通る直線は一意に決まり，この式は誤差を持たず

２点を完璧に説明するわけである．

L12 の場合は，12 回の実験（12 個のデータ）に対して最大 11 個の因子を割り付けられるので，寄与率の評価は十分に注意が必要となる．11 個の因子を割り付けて全部を選択すれば寄与率は必ず１になってしまうことは明らかである．変数選択を行っても９個前後の変数が選択されれば寄与率はかなり高くなる．

この問題に対して自由度調整済み寄与率 R*^2 と自由度２重調整済み寄与率[2]という２つの寄与率が存在する．これは無意味な因子の選択を抑制することで過剰な変数選択と過大な寄与率評価を防ぐためのものである．

自由度調整済み寄与率 R*^2：

$$\begin{aligned} R^{*2} &= 1 - V_e / V_T = 1 - \frac{S_e / \phi_e}{S_T / \phi_T} \\ &= 1 - \frac{S_e / (n-p-1)}{S_T / (n-1)} = 1 - \frac{S_e}{S_T} - (1 - \frac{p}{n-p-1}) \frac{S_e}{S_T} \\ &= 1 - \frac{S_e}{S_T} - (\frac{-p/n}{1-p/n-1/n}) \frac{S_e}{S_T} \end{aligned} \tag{7}$$

※p が n に近づくと寄与率は大きく減少することが分かる．

自由度二重調整済み寄与率 R**^2：

$$\begin{aligned} R^{**2} &= 1 - \{(n+p+1)/(n+1)\} V_e / V_T \\ &= 1 - \frac{V_e}{V_T} - (\frac{p}{n+1}) \frac{V_e}{V_T} \\ &= 1 - \frac{V_e}{V_T} - (\frac{p/n}{1+1/n}) \frac{V_e}{V_T} \end{aligned} \tag{8}$$

※p が n に近づくと寄与率は自由度調整済み寄与率に比べてさらに一層大きく減少することが分かる．

以上より L12 はデータ数 n が小さく(12 個)て因子数 p が多い(10 個前後)場合なので自由度２重調整済み寄与率を用いることが妥当であると言えよう．ただし，多くの因子を割り付けるのは，そのうちの半分以上は効いている（主効果に対しての話で，交互作用については別である）ことを期待しているもので，全部が効いていることを想定はしていない．このため厳しめに変数選択を行うことは妥当である．したがって，L12 の場合は変数選択指標として自由度二重調整済み寄与率を用い，最終的に得られた式の寄与率評価もこれで評価する．なお，変数選択の基準の値としては１%ないし 2%程度を考えて，状況により判断すればよい．

5. 重回帰分析の変数選択を用いた同定化

統計的に厳密に進めるには図１のアプローチになる．しかし，実際には重回帰分析の変数選択を用いると簡単で便利である．

表２のようにL16ResolutionⅣの８つの列

1，2，4，7，8，11，13，14

に８因子（A，B，C，D，E，F，G，H）を割り付ける．そして，残りの７つの列

M3．M5，M6，M9，M10，M12，M15

にはダミーの因子を割り付けたことにする．

5.1 交互作用（積項）に関する同定

この計画のもとでデータを採り，それを重回帰の変数選択で解析する．因子が選ばれた場合には，その因子は主効果ありとして次の模型化実験で取り上げる．

問題はダミー因子で，これは４つの交互作用（積項）の合成である．交互作用が全くなければこれが選択されることはない．これが選択された場合には，そこに交絡している４つの交互作用が候補となる．これらを次の模型化実験で取り上げる．ただし，主効果は無いと判断されたことで選択されたかった因子に関連する交互作用は，次の模型化実験では候補から外して取り上げない．

＊主効果がないか弱いけれども，他の因子との組み合わせで交互作用が強いという因子（交互作用因子）はないわけではないが，そのような因子が存在する場合は少ない．

＊仮にそのような因子が存在して外したとしても模型化実験でクリティカルな悪影響は生じない．何故ならば，外した因子は模型化実験ではその水準を固定するからである．

5.2 ２次項に関する同定

C4（中心点での繰り返し４）のデータから平均値を求める．式(4)より中心点での４個のデータの平均値の予測区間を求めて以下の判断(実質的には両側検定)を行う．

①平均値が予測区間の中なら２次項は有意ではない．
　２次項を無視してもクリティカルな問題を生じない

②平均値が予測区間の外なら２次項は有意である．
　２次項を無視するとクリティカルな問題を生じる．

有意となったら (②の場合には)，模型化実験に向けて次のように判断する．

＊固有技術的に考えて

・２次の可能性のあるものを取り上げる．

・明らかに２次の可能性のないものは取り上げない．

・何とも言えないものは安全のために取り上げる．

5.3 総合判断に基づいてカスタム計画を立案

取り上げるべき主効果（１次項），積項，２次項を構造模型表に書いて明示する．そして，これに基づいてカスタム計画を立てる．カスタム計画では，実験回数が指定できるので複数の計画を立て，それらの計画の評価を行

った上で妥当な計画を採用する．

6. 回帰修正

求解は数理的に正しくても，それは推定回帰式のもとでの話である．ばらつきがあるために，推定回帰式はもとの式のまわりでばらつく．したがって，得られた解は必ずしも予測値（設計時の値）の近くに来るとは限らない．予測値の近くに出現することもあるが，そこからだいぶ離れて出現することもある．特にばらつきが大きい場合には，かなり離れて出現するリスクが高い．

この問題は撹乱因子が存在する場合にはかなり深刻なものとなる．何故なら，撹乱因子の各々の水準の推定回帰式がばらつく（各々は別々にばらつく）ので，それら複数の推定回帰式に基づく数理計画法の解は両者の複合的なばらつきの影響でかなり翻弄されるからである．

6.1 実現確認と回帰修正の構造

話を簡単にするために，単回帰の場合を用いて説明を行う．なお，最初は撹乱因子がない場合を取り上げ，次に撹乱因子がある場合を取り上げて説明する．

1)単回帰の場合の実現確認におけるずれ

図２に示すように，ばらつきが大きいとその影響を切片も傾きを受けて，母回帰式からずれた推定回帰式となる．この推定回帰式で設計すると本来の解からずれた解となる．それは実現確認をすると目標値（予測値）からずれてしまうことになる．

2)頑健設計(単回帰)の場合の実現確認におけるずれ

頑健設計では複数の水準が存在するが，ここでは2水準の場合で説明する．各水準は図2のようにばらつきの影響を受けるが，2つの水準全体としては図3に示すような影響を受ける．頑健設計は，2つの水準間の差を減衰し，平均を最適化するわけであるが，図3から明らかなように，図2に比べて深刻な影響を受けやすい．

6.2 撹乱因子がない場合の修正

撹乱因子がなければ，多くの場合は1因子で回帰修正ができる．ポイントは以下の3点である．

(1)取り上げた因子以外の因子の水準を固定する．
　他の因子によるLOFを回避するためである．
(2)非線形に対応するために2次の場合に備える．
　水準は4以上で5を推奨する．取り上げた因子によるLOFを回避するためである．
(3) 繰返しをとる．
　統計的にばらつきを小さくするためである．

修正に用いる因子は修正のパワーがあればどれを選んでも構わない．一般にパワーの最強なものを選ぶ傾向があるが，必ずしもそれにこだわることはない．ただし，パワーが不足した因子を選んだ場合には，修正自体はできても，望むレベルの修正ができないことがあるので注意しなければならない．

6.3 撹乱因子がある場合の修正

撹乱因子がある場合には複数の推定回帰式を扱わなければならないので，だいぶ話しが込みってしまうために対応に注意が必要である．

この場合の対象は平均と乖離（ずれ，範囲）の２つがあるために，修正因子は２因子を必要とする．この場合のポイントは以下の4点である．

(1)取り上げた因子以外の因子の水準を固定する．
　他の因子によるLOFを回避するためである．
(2)非線形に対応するために2次の場合に備える．
　水準は4以上で5を推奨する．取り上げた因子によるLOFを回避するためである．
(3) 繰返しをとる．
　統計的にばらつきを小さくするためである．
(4)実現確認の結果と因子のタイプに注意して適切な修正因子を選択する．

1) 頑健設計における因子のタイプ分類

頑健設計の場合，因子を分類する必要がある．これは変数選択の結果によって分類される．分類は平均と乖離に対して効くか効かないかの4つの組合せで決定する．

＊無効因子：両方に全く効かない因子
＊調整因子：平均にのみに効く因子
＊減衰因子：乖離にのみに効く因子
＊両性因子：両方に同時に効く因子

2) 修正が必要な場合の状況の分類

修正が必要な場合，それがどのような状況なのかを把握して，適切な因子を修正因子として使用する．

①平均のみの修正
　調整因子 and/or 両性因子（乖離への影響に注意）
②乖離のみの修正
　減衰因子 and/or 両性因子（平均への影響に注意）
③平均と乖離の両方の修正
　両性因子
　両性因子 and 調整因子

多くの場合には修正対象は平均と乖離の両方となるので，その場合の最適化は多目的最適化となる．

7. 見かけ上の寄与率と運の良し悪し

ばらつきが大きい場合には，ときには見かけ上の寄与率が高いので誤解する危険がある．図4(1)は1次式で高い寄与率となる．採ったデータに関しては見事に説明をしているからである，しかし，本来の2次式とはかなりずれている．したがって，実現確認では多くの場合は受容れ難いことになる．

図4(2)の場合は1次式だと寄与率が十分ではないが，2次式だと高い寄与率となる．しかし，得られる2次式は本来の2次式とはずれている．こちらは図4(1)よりはましであるが実現確認では受容れ難い場合が少なくない．

ところで，設計というものは設計空間のどこで行なわれるのかはCase by caseである．図5が示しているように，運の良し悪しが発生する．設計する領域（場所）によっては運良く実現確認の結果が受容れられる場合もある．その場合，実現確認の結果が事実として問題ないのであるから実務的には受容れてよい．しかし，得られた推定式（近似式）は信用がおけない．そして，この式を再利用して設計を行った場合，失敗するリスクが高い．

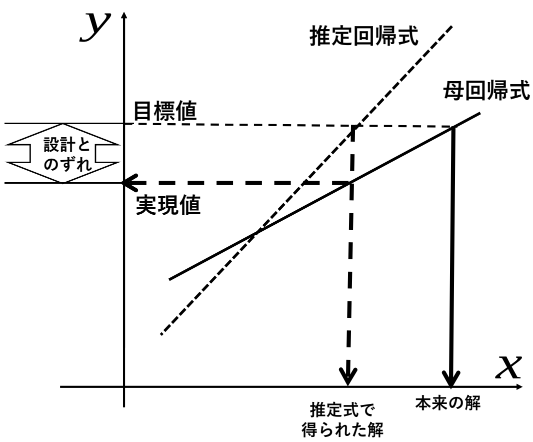


図2　単回帰の場合の実現確認におけるずれ

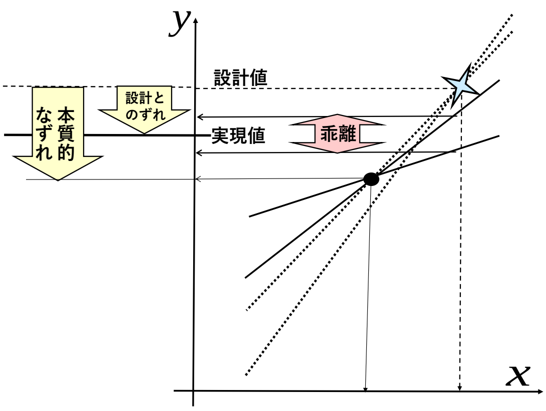
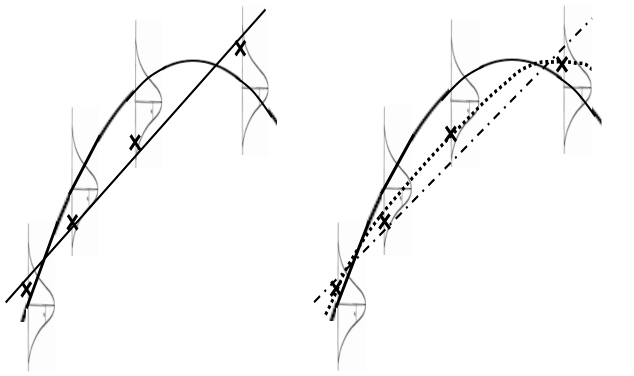
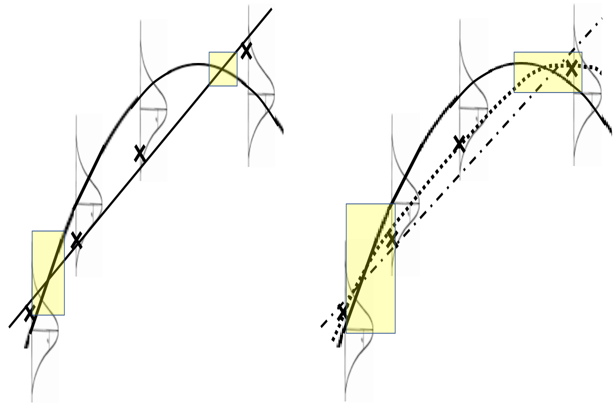


図3　頑健設計(単回帰)の場合の実現確認におけるずれ



⑴1次式で十分な寄与率　　⑵2次式で十分な寄与率

図4　真の関数と推定回帰式とのずれ



⑴1次式で十分な寄与率　　⑵2次式で十分な寄与率

図5　真の関数と推定回帰式がずれていても実現確認が成功する領域

8. 仮想教材（飛球シミュレーター）を用いた実技模擬体験学習

ＱＣ教育においてDEゲーム・QCゲーム（仮想模擬体験教育）の果たした歴史的な役割は大きい．その後，紙ヘリコプターに代表される実技模擬体験教育が登場し，これらは広く実施されている．本研究は両者の本質を組み合わせた仮想実技模擬体験教育を取り上げ，その具体的内容について議論する．これは，シミュレーターを用いた実技模擬体験教育のことである．この教育では，仮想的教材を用いて，計算演習の教育ではなく実技をベースにした模擬体験を実施する点に特徴がある．

8.1 模擬体験教育のゴールとしての量産

模擬体験教育のゴールとして量産を行うか否かは教育の在り方を決定的に変えてしまう．実験計画法や設計の教育においては，時間的な制約もあるため，最終段階において実現確認を行わないという場合が多い．ときには実現確認をする場合もあるが，その場合でもほんの数個だけをトライするだけで，その結果の厳密な統計的吟味をしないことがほとんどである．仮に厳密な統計的吟味をしても，データ数が極端に少ないために検出力があまりにも弱く，予測が有意となることはほとんどない．

しかし，もし多数のトライ（量産）をするとなると，よほどきちんと進めないと厳密な統計的吟味に耐え得る結果を得ることは困難である．そして，そのような教育のための準備には長い時間と多大な量力を必要とするために多くの場合は敬遠されている．

このとき，シミュレーターを用いると，短時間で多数回のトライが簡単に実行できるために話が大きく変わる．しかしながら，気を付けないとそれは本質的にシミュレーションを経験していることになってしまい，十分な工夫をしないと実技演習が持つ意義（体験を通して実践的な技術と知見を得ること）を発揮することができない．この場合，実物模擬体験教育と仮想模擬体験教育の

融合が考えられる．すなわち，両者を有機的に併用することによって，身に付けるべき実務的に重要な体験学習の部分は実物模擬体験（実物教材による演習）で行い，知識として身に付けるべきものは仮想模擬体験（シミュレーターによる演習）で行うことが肝要である．

8.2 変数選択のばらつき（模型構造のばらつき）

もともとのデータがばらつきている場合には推定回帰式がばらつく．先ずは変数選択で選択される変数に関してばらつき，選択された変数の偏回帰係数もばらつく．

設計（最適化）は，数理計画法のソフトにより得られた推定回帰式が正しいというもとで精度よく求解する．しかし，推定回帰式がばらつくために解はばらつく．このため，時には本来の解とは大きく離れた解となることがある．それは，統計的には問題のない（予測に対して有意ではない）解ではあるが，実務的に受容れ難い解となる．このような場合に回帰調整が大きな意味を持つ．

得られた推定回帰式はばらつかないと誤解する技術者は少なくない．それは誤解であり，統計的方法で求めた解がその一連のアプローチが正しくても時には受容れ難い解になることがあることを知る必要がある．これは，同一アプローチを繰り返さなければ体験的に理解することが難しい．これに関しては実物模擬演習では実施が困難である. この点に関して, 仮想模擬演習は可能である．

紙ヘリコプターを代表とする実技模擬演習は極めて効果の高い教育であるが，それにはアキレス腱が存在している．教育の時間内で何度も繰り返しを行うことはできないということである．ほとんどの場合は１回の実施しかできない．そのために，推定式がばらつくことを理解できないケースが多い．データを採って，数理的に式を作り，それを数理計画法で最適化するのであるから結果は常にうまく出るものと思い込むエンジニアは少なくない．また，最適化（設計）後に，その解を十分な回数試して確認することもほとんどの場合は行われていない．

以上の点からも，実技模擬演習とともに仮想教材（飛球シミュレーター）を用いた実技模擬体験学習を併用することを推奨する．

8.3 偏回帰係数のばらつき

図６に示すように，変数選択がばらつくことは仮想教育による実験を繰り返すと理解できる．しかし，さらに理解すべきことは，変数選択で同じ因子（正確には，１次項，積項，２次項）が選択されたとしても偏回帰係数がばらつく（値が同じではない）ということである．つまり，模型構造が同じでも偏回帰係数がばらつくので，変数選択が同じであるからといっても安心はできないわけである．単回帰の場合には変数選択の問題はなく，偏回帰係数のばらつきの問題となる．したがって，初心者の場合には，単回帰で回帰係数のばらつきの問題を教えた方が好ましいことが多い．

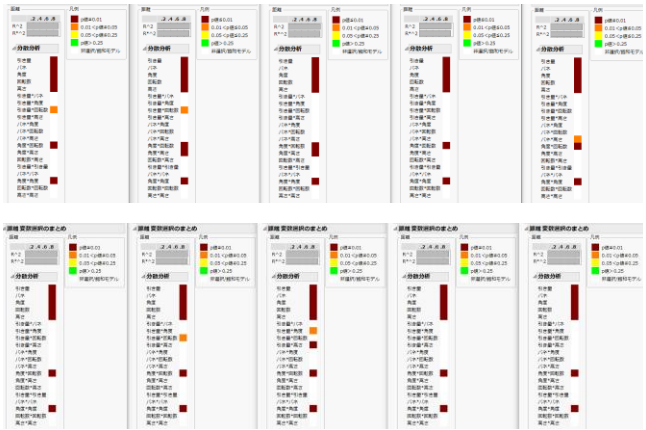


図６　変数選択のばらつき

8.4 回帰修正の必要性

本質的に LOF が小さい場合でも，ばらつきによって推定回帰式（因子の選択，各項の係数）がばらつく．そのもとでの最適化の解は，実現確認の結果として解が受容れ難いことがしばしば発生する．ばらつきが大きければかなりの確率でこのことが発生する．これは確率的に発生するので，ある意味で「運」と言うことができる．そして，運が悪い場合には，統計的には問題が無くても実務的には回帰修正を行う必要である．運によって回帰修正が必要になるという４つの運を以下に示す.

(1)推定回帰式がばらつくことによる運

(2)実現確認におけるばらつきによる運

(3)回帰修正においても LOF とばらつきによる運

ばらつきの問題に加えて数値計算の運も付きまとう．

(4)数値計算の求解条件（トリップの数,反復回数,打ち切り条件ほか）による運

8.5 回帰修正の要点

回帰修正の必要性が理解できても，そのやり方を知らなければ意味がない．

(1)用いる修正因子

＊撹乱因子がなければ１因子

＊撹乱因子があれば２因子

(2)水準

＊2 次を想定して３水準以上

(3)繰返し

＊最低２回の繰返し

(4)他の因子の水準の固定

＊実現確認をした際の水準で固定

9. 多重頑健設計と多重回帰修正

超設計では多重の頑健設計を扱うことがある．ここではその易しい具体例として二重頑健設計について図６の飛球**シミュレーター**の例を用いてその概要を紹介する．

＊撹乱因子は球のタイプ：飛び方が異なる．

・球Ａ（大きくて軽い）

風の影響を受けやすくばらつきが大きい．
・球Ｂ（小さくて重い）
風の影響を受けにくくばらつきが小さい．
＊特性は距離と障壁：障壁は位置と壁のサイズを指定
・障壁を潜り抜けずに衝突したら廃棄品となる．
・目標値を規格中央値としたCpkで評価する．
・直感的な分かり易さから PPTT（一万個あたりの不良数）を併用する．
※PPM（百万個あたりの不良数）は直感的に分かりにくいことが多いためである．
＊因子：以下の５因子
・引き量，・バネ数，・角度，・回転数，・高さ
【注】初級編はこれらを与えてCCDで実施中，上級編は同定から入りカスタム計画で実施

この問題の特長は頑健設計が二重構造になっているということである．このために定式化には少なくとも以下の4つをとりあげなければならない．

＊距離に関して「範囲」と「平均」（減衰と調整）
＊障壁に関して「範囲」と「平均」（減衰と調整）

この場合の回帰修正は多重（二重）の回帰修正となる．2 因子３水準繰り返し２の実験で，距離と障壁に関する各々の２次モデルを推定する．これらの２つの推定式を用いて多重修正（乖離の減衰と平均の調整）を行う．この詳細については発表当日会場で具体的に紹介する．

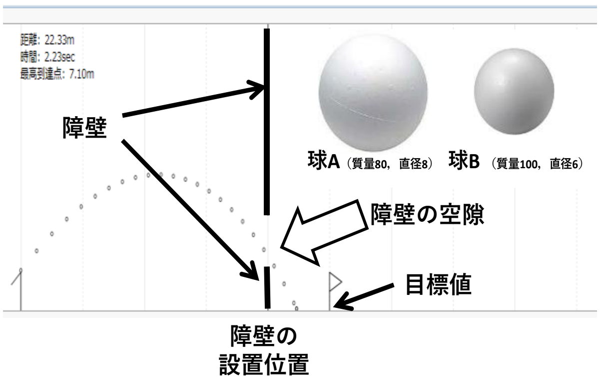


図７　飛球シミュレーターにおける二重頑健設計

10. おわりに

設計は長い時間と多額の費用と多大の労力を要するために，一度取り組んだら何としても結果を出す必要がある．包括法（包括設計法）では，必ず最後に実現確認を行い，もしその結果の受容れが困難な場合にはそのままでは終わることはできない．本研究は，この場合のアプローチについて提案した．その要点は以下のものである．

[要点 1]包括法の中核をなす５つのステップ
【本番】３ステップ：同定化を活用すべきである．
①同定化　②模型化　③最適化(大網設計)
【事後】２ステップ：解が受容れ難ければ回帰修正を実施する．
④実現確認　⑤回帰修正（小網設計）

[要点 2]設計における４つのばらつきによるリスク
①推定回帰式，②実現確認，
③回帰修正，④数値計算（設定条件）
＊これらのリスクは「周到な同定化」と「丁寧な回帰修正」と「高精度の数値計算」で回避する．

[要点３]多重頑健設計と多重回帰調整
＊今後の頑健設計は多重構造を扱う必要がある．
＊多重頑健設計では多重回帰調整が必要になる．

本研究を広く実務に適用することが今後の課題である．

参考文献

[1] Box, G. (1992):“Teaching Engineers Experimental Design with a Paper Helicopter”, *Quality Engineering*, 4, [3], 453-459.
[2] 芳賀敏郎，竹内啓，奥野忠一(1976)：“重回帰分析における変数選択の新しい規準”，品質，6(2)，35-38.
[3] Kume H., Takahashi T. et.al(1985):*Statistical Methods for Quality Improvement*, The Association for Overseas Technical Scholarship .
[4] 宮川雅巳(2000)：「品質を獲得する技術」，日科技連出版社.
[5] Montgomery, D. C. (2001) : *Design and Analysis of Experiments*, John Wiley & Sons.
[6] Myers R.H., Montgomery D.C., and Anderson Cook C.M.,(2009):*Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*, Wiley, New York.
[7] Placket, P.T. and Burman, J.P.(1946):”The Design of Optimum Multifactorial Experiments”, Biometrika, 33, 305-325
[8] 高橋武則(1992)：「統計的方法と管理・改善」，品質月間委員会.
[9] 高橋武則(1993)：「統計モデルとＱＣ的問題解決法」，日本規格協会 .
[10] T. Takahashi (2015):” Proposal of Flexible Design and its Application ”, *Proc. of the Asian Network for Quality Congress 2015 in Taipei,* CD proceeding, PP.1-10.
[11] 高橋武則(2017) ：“超構造関数による柔軟設計”，日本品質管理学会第113回研究発表会発表要旨集, pp.157-160.
[12] 高橋武則(2017) ：“超設計のためのカプセル最適化”，日本品質管理学会第115回研究発表会発表要旨集, pp.17-20.
[13] T. Takahashi (2017):” Hyper Design based on Hyper Factors”, *Proc. of the Asian Network for Quality Congress 2017 in Kathmandu,* CD

proceeding.PP.1-12.
[14] 高橋武則 (2018) :“近似模型のための模型構造の同定と追加実験”, JSQC 第 118 回研究発表会発表要旨集, pp.9-12.
[15] 高橋武則(2019):”問題解決と課題達成のための包括設計法”,日本品質管理学会第 119 回研究発表会発表要旨集, pp.153-156.
[16] 高橋武則(2019) :”超設計のパラダイムとメソドロジー”, 横幹」,13, [2], pp.91-105.
[17] 椿広計 (2006):“統計科学の横断性と設計科学への寄与”,「横幹」,1, [1], 22-28.
[18] 東京理科大学工学部経営工学科 (2005):「マネジメントサイエンス」,培風館
[19] 鷲尾泰俊(2001):「実験の計画と解析」,岩波書店.
[20] 高橋武則 (2018) :“近似模型のための模型構造の同定と追加実験”, JSQC 第 118 回研究発表会発表要旨集, pp.9-12.
[21] Wu, C. F. J. and Hamada, M. (2009) : *Experiments: Planning, Analysis, and Optimization (2nd ed.)*, Wiley, New York.
[22] 吉野睦,仁科健(2009):「シミュレーションと SQC」, 日本規格協会.
[23]吉野睦 (2010) :“適合設計の方法論”, (「開発・設計におけるＱの確保」の 7.4 節), 日本規格協会, pp.128-140.