

基于确定性和概率性模型 降低过程变异的方法

Reduce Process Variation Based on Deterministic and Probabilistic Model

Henry Qiao

2019年4月18日

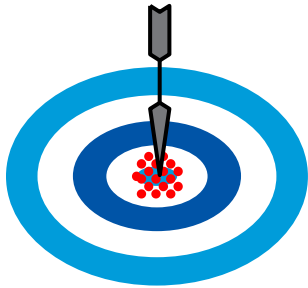
主要内容

- 针对“Mean”的过程优化模型
- 确定性和概率性模型的概念
- 降低“Sigma”的确定性模型
 - Inner-Outer Array
- 降低“Sigma”的概率性模型
 - 误差传递
 - Monte-Carlo模拟

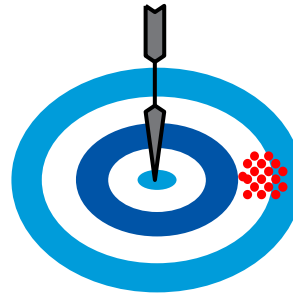
主要内容

- 针对“**Mean**”的过程优化模型
- 确定性和概率性模型的概念
- 降低“**Sigma**”的确定性模型
 - Inner-Outer Array
- 降低“**Sigma**”的概率性模型
 - 误差传递
 - Monte-Carlo模拟

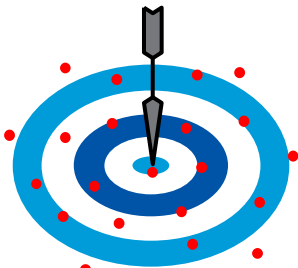
过程优化目标



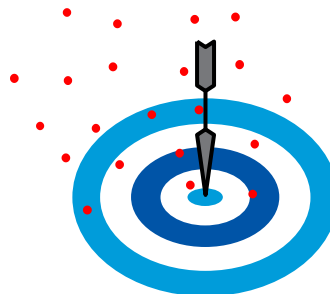
既准确又精确



精确但不准确



准确但不精确

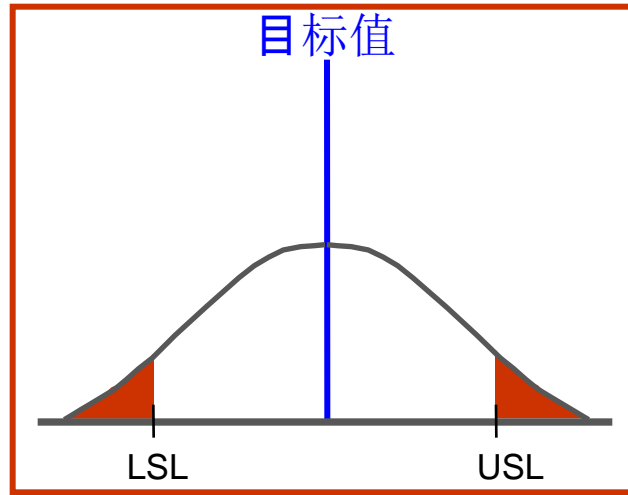
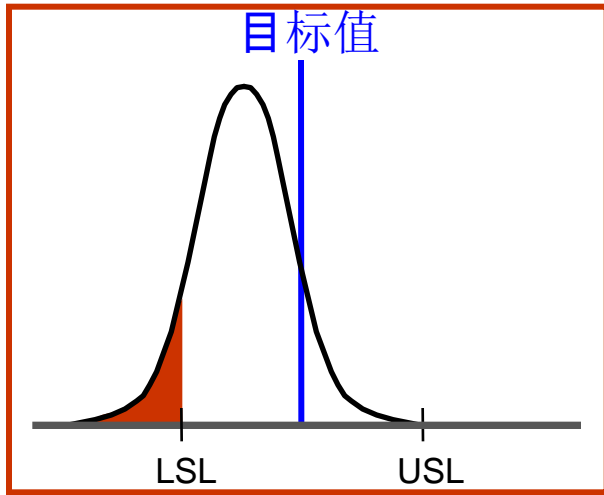


既不准确也不精确

准确度Accuracy: 观测**均值**和目标值的差异

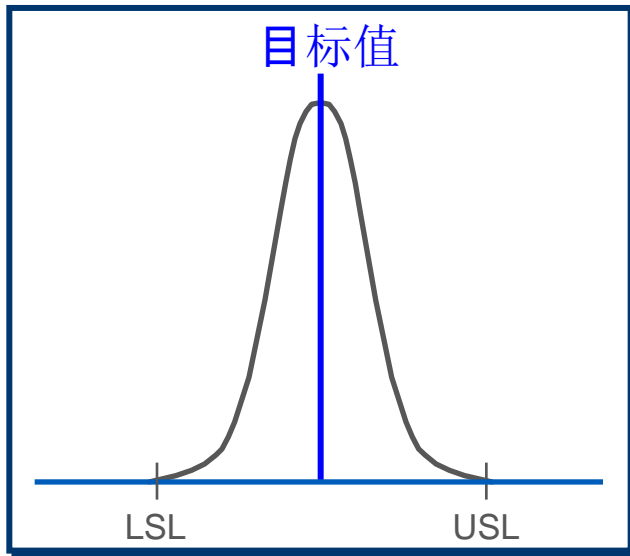
精确度Precision: 观测值的**波动范围**

过程优化方法



USL—Upper Specification Limit
LSL— Lower Specification Limit
■ — 缺陷

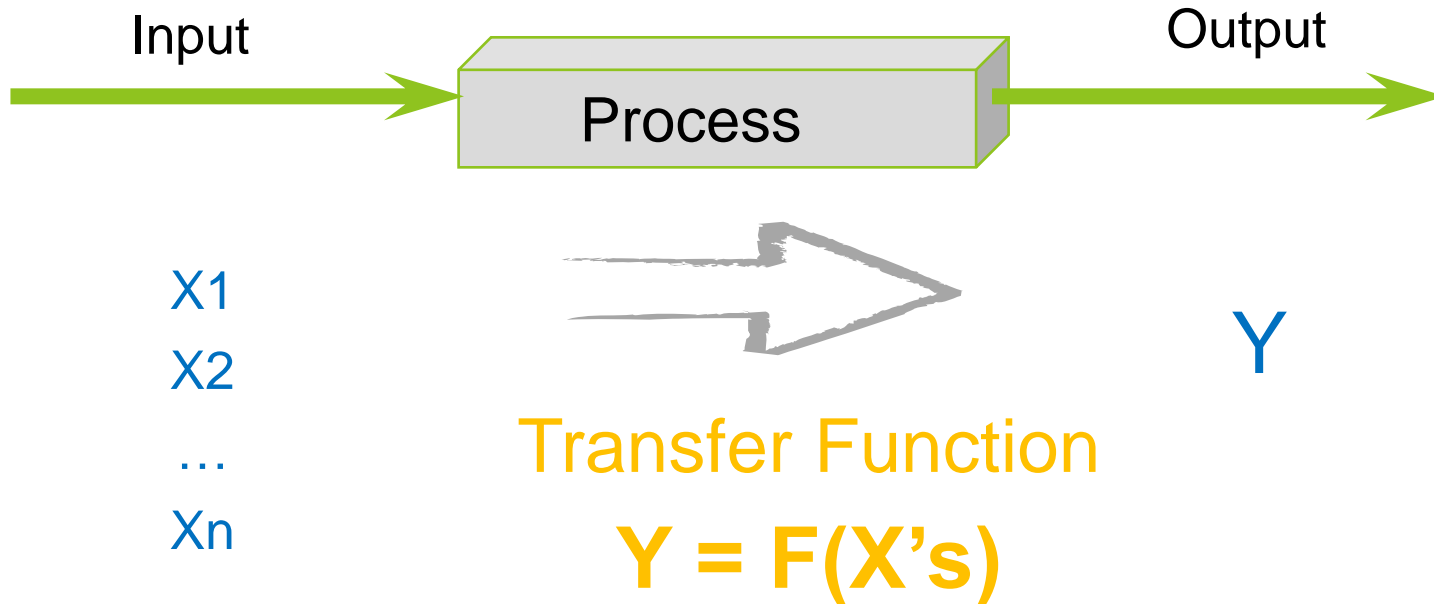
调整中心位置



降低波动范围

- ✓ 调整中心位置
- ✓ 降低波动大小

针对“Mean”的过程优化模型



建立统计模型：常见的主要是针对“Mean”的线性或响应曲面模型！

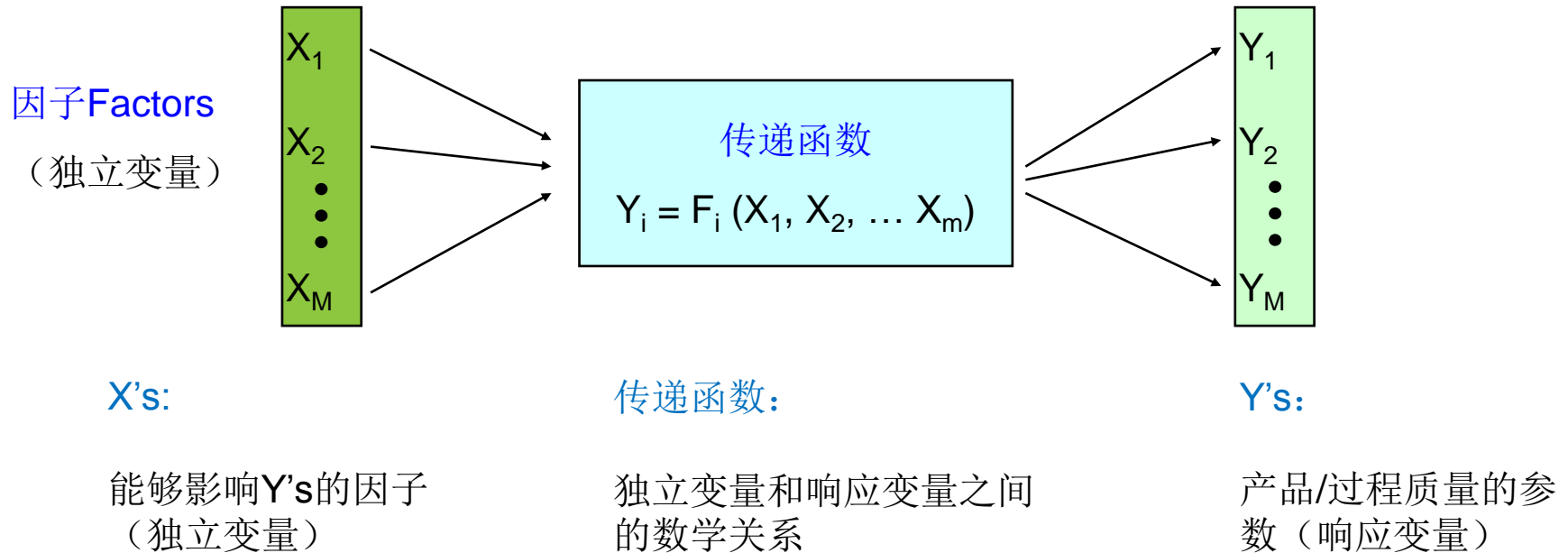
如何针对“Sigma”建模来降低
过程变异？

主要内容

- 针对“Mean”的过程优化模型
- 确定性和概率性模型的概念
- 降低“Sigma”的确定性模型
 - Inner-Outer Array
- 降低“Sigma”的概率性模型
 - 误差传递
 - Monte-Carlo模拟

确定性模型 (Deterministic Model)

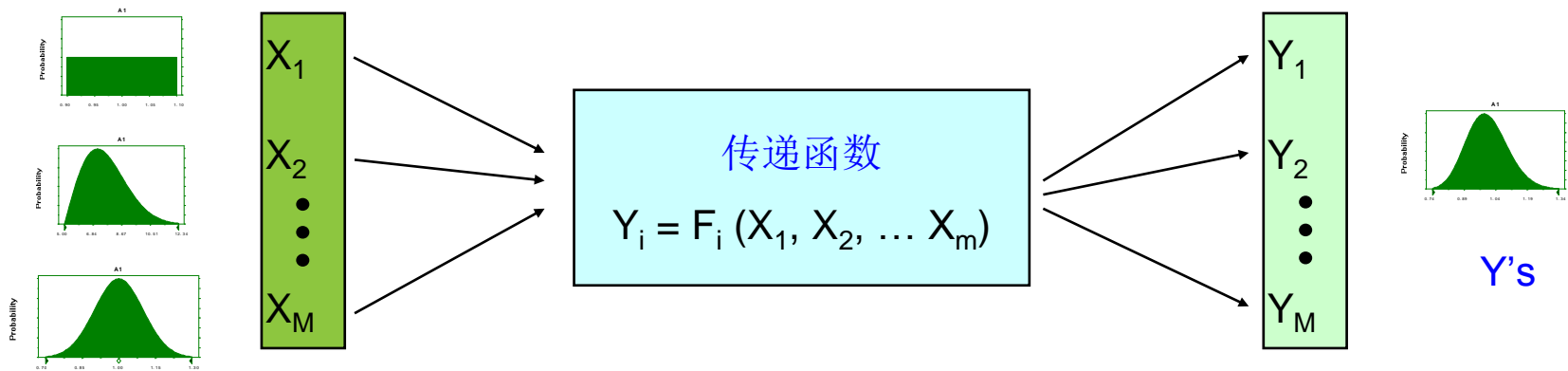
传递函数 (Transfer Functions)



确定性模型是指一个由完全确定的函数关系决定的数学模型；当X's是固定效应因子时建立的模型即是确定性模型

概率性模型 (Probabilistic Model)

传递函数 (Transfer Functions)



X's:

能够影响Y's的因子
(独立变量)

传递函数:

独立变量和响应变量之间的
数学关系

Y's

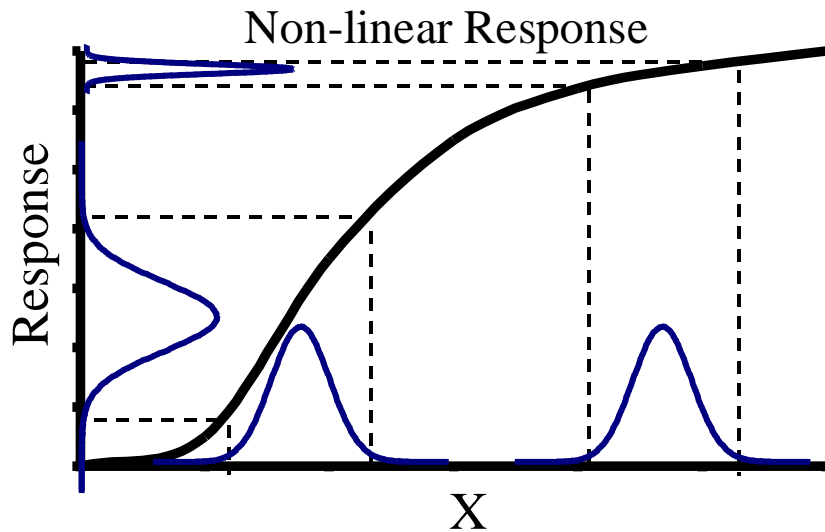
产品/过程质量的参
数 (响应变量)

概率性模型是用来描述随机变量之间关系的数学模型；当 X's 是随机效应因子时建立的数学模型即是概率性模型

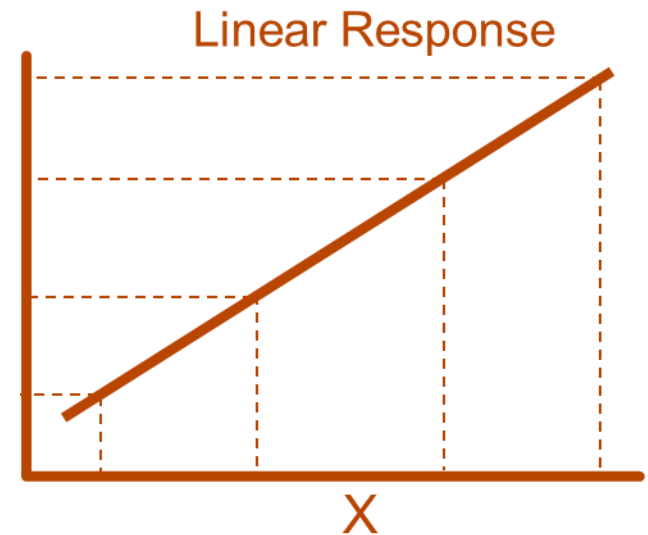
主要内容

- 针对“Mean”的过程优化模型
- 确定性和概率性模型的概念
- 降低“Sigma”的确定性模型
 - Inner-Outer Array
- 降低“Sigma”的概率性模型
 - 误差传递
 - Monte-Carlo模拟

降低“Sigma”的确定性模型 的基本原理



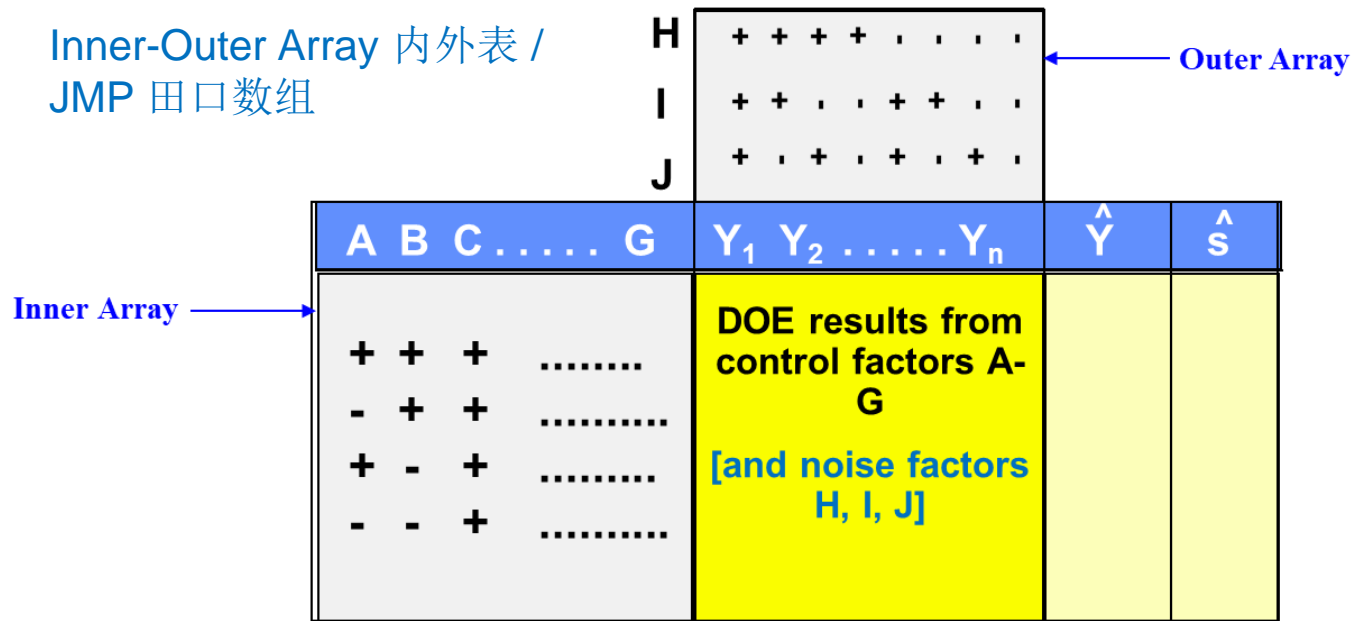
在非线形模型中，Y的变异大小和 X的取值有关



在线性模型中，Y的变异大小与X的取值无关

建立Sigma与X's之间的确定性模型：
 $\text{Sigma} = F(X's)$ 或 $\text{Ln}(\text{Sigma}) = F(X's)$

建立确定性模型的方法： Inner-Outer Array

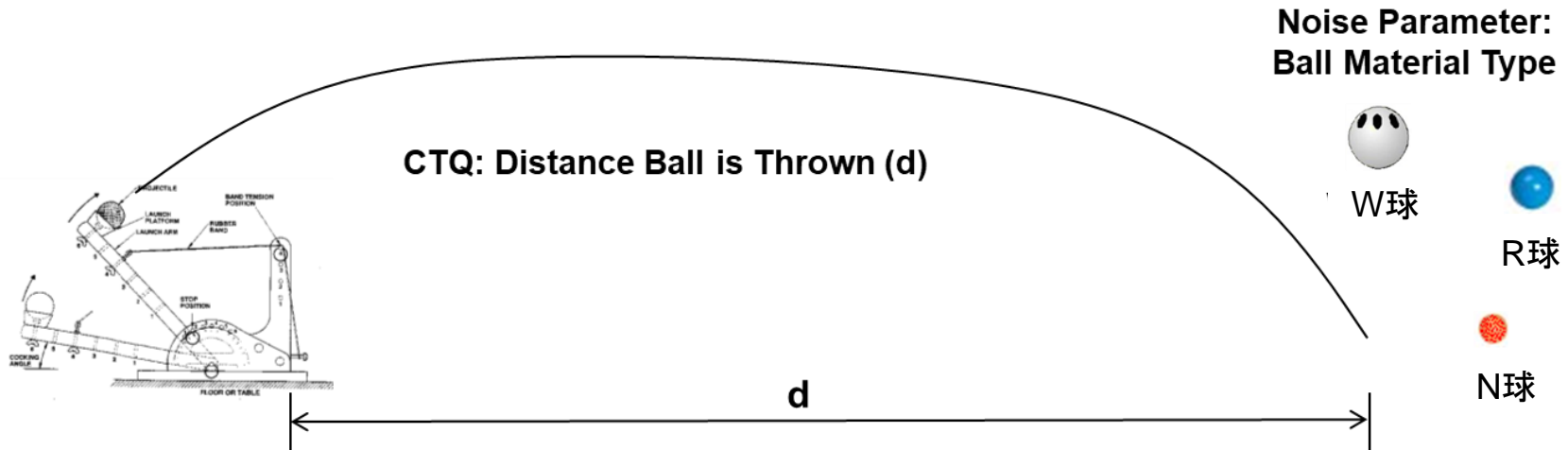


Inner Array用来评估关键可控因子的效应 (*key controllable factors*) ;

Outer Array用来评估关键噪声因子的效应 (*key noise factors*) 。

计算每个Inner/Outer Array的试验组合的均值和标准差，然后得到均值和标准差的传递函数 (Transfer Function)，可能需要对标准差进行转换 (如取对数Ln(Sigma)以更好地拟合模型)。

Example 1: Inner-Outer Array



Controllable Factors

Factor 1: Pull Angle: $0^{\circ} - 45^{\circ}$

Level 1 = 0

Level 2 = 22.5

Level 3 = 45

Factor 2: Stop Angle: $45^{\circ} - 90^{\circ}$

Level 1 = 45

Level 2 = 67.5

Level 3 = 90

Noise Factors

Factor: Ball Type

Level 3 = R球

Level 1 = W球

Level 2 = N球

*Note: 每个Level重复1次试验

Example 1: Inner-Outer Array

1. 创建内表 “试验设计→经典→完全析因设计”



2. 创建外表 – 手动增加6列，记录噪声因子的三个水平下的试验结果（每个水平试验2次）

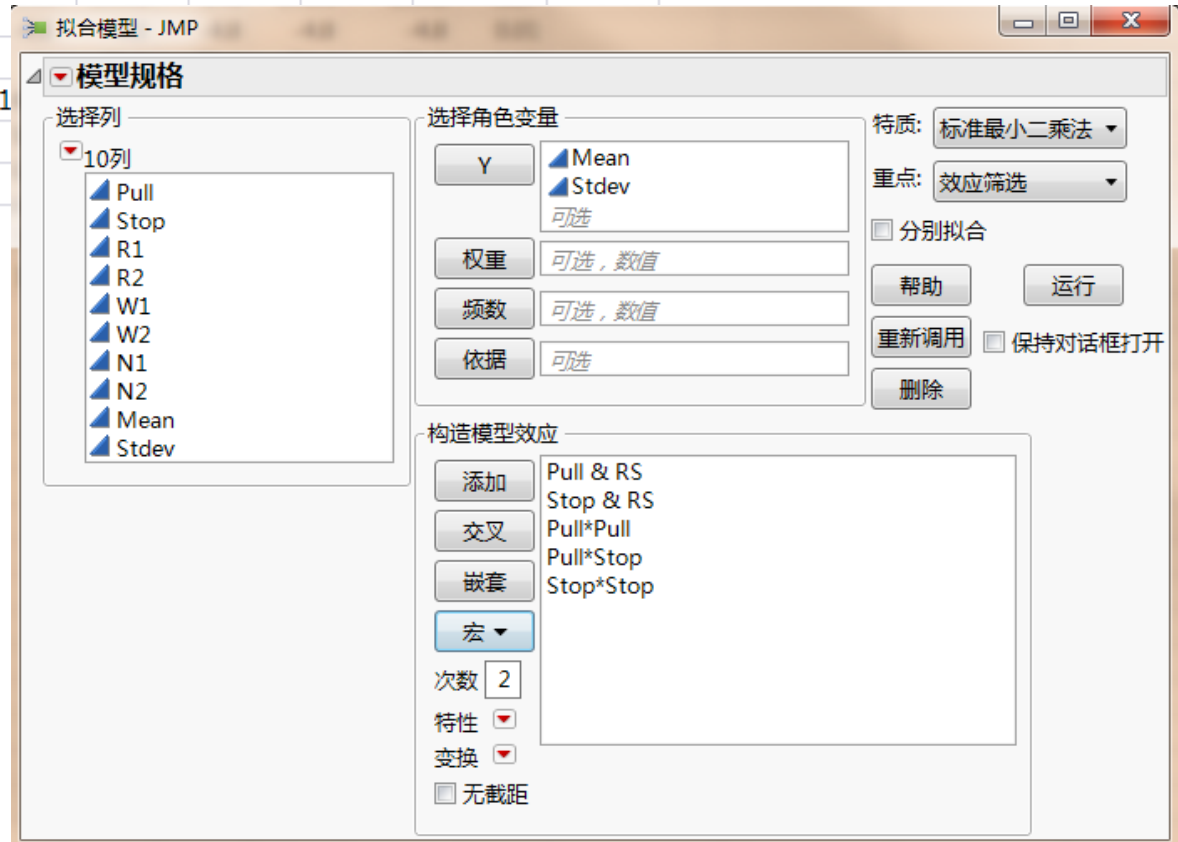
	Pull	Stop	R1	R2	W1	W2	N1	N2	Mean	Stdev
1	0	45
2	45	45
3	0	90
4	45	90
5	45	67.5
6	22.5	90
7	0	67.5
8	22.5	45
9	22.5	67.5

Example 1: Inner-Outer Array

3. 记录试验数据如下表:

	Pull	Stop	R1	R2	W1	W2	N1	N2	Mean	Stdev
1	0	45	151.9	158.7	150	153.1	141	146.3	150.2	6.07
2	45	45	-4.8	-4.8	-4.8	-4.8	-4.8	-4.8	-4.8	0.01
3	0	90	76.5	77	75	75.5	75.6	74.4	75.7	0.97
4	45	90	51.4	49.1	48.5	49.2	48.4	48.4	49.2	1.16
5	45	67.5	57.4	57.9						
6	22.5	90	64.4	63.5						
7	0	67.5	168.1	170.7	1					
8	22.5	45	72.5	70.5						
9	22.5	67.5	110	112.2						

4. 启动“分析→拟合模型→宏（响应曲面）→运行”



Example 1: Inner-Outer Array

- 模型效应:

效应汇总

源	LogWorth	p 值
Pull(0,45)	4.719	0.00002
Pull*Stop	3.678	0.00021
Stop*Stop	3.547	0.00028
Stop(45,90)	2.240	0.00575 ^

- 响应优化:

- Mean的模型参数:

参数估计值

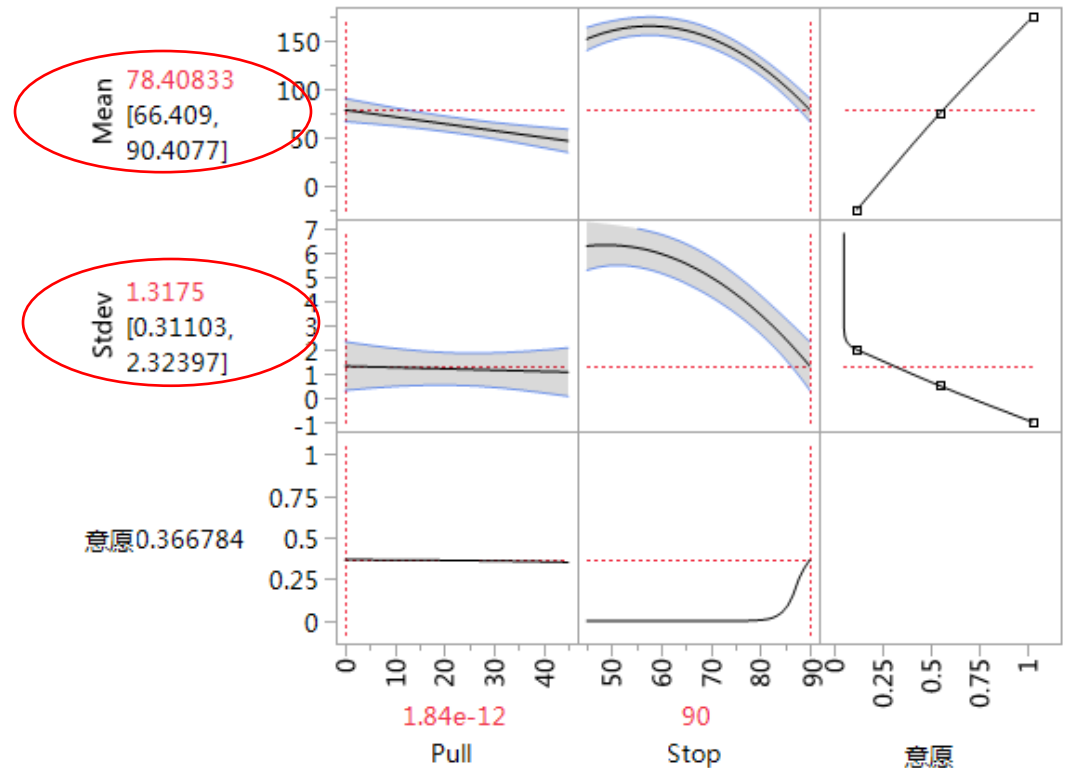
项	估计值	标准误差	t 比	概率> t
截距	109.06667	2.881225	37.85	<.0001*
Pull(0,45)	-48.1	2.037334	-23.61	<.0001*
Stop(45,90)	-4.566667	2.037334	-2.24	0.0885
Pull*Stop	32.125	2.495214	12.87	0.0002*
Stop*Stop	-42.06667	3.528766	-11.92	0.0003*

- Stdev的模型参数:

参数估计值

项	估计值	标准误差	t 比	概率> t
截距	3.61	0.241668	14.94	0.0001*
Pull(0,45)	-1.686667	0.170885	-9.87	0.0006*
Stop(45,90)	-0.92	0.170885	-5.38	0.0058*
Pull*Stop	1.5625	0.209291	7.47	0.0017*
Stop*Stop	-1.496667	0.295982	-5.06	0.0072*

预测刻画器



主要内容

- 针对“Mean”的过程优化模型
- 确定性和概率性模型的概念
- 降低“Sigma”的确定性模型
 - Inner-Outer Array
- 降低“Sigma”的概率性模型
 - 误差传递
 - Monte-Carlo模拟

降低“Sigma”的概率性模型

误差传递

Propagation of Errors¹

$$\mu_X \quad S_X$$

适用条件：已知X's的

- 均值的传递函数
- 均值
- 标准差

$$\hat{y} \approx f(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$$

$$\hat{S}^2 \approx \left(\frac{\partial \hat{y}}{\partial x_1} \Big|_{(X_i = \mu_i)} S_{x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{y}}{\partial x_2} \Big|_{(X_i = \mu_i)} S_{x_2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial \hat{y}}{\partial x_n} \Big|_{(X_i = \mu_i)} S_{x_n} \right)^2$$

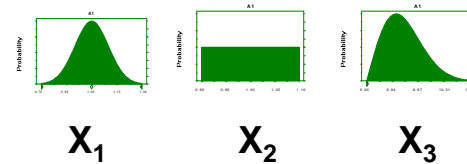
输出：可以得到Y的

- 均值
- 标准差

¹误差传递方法也称为“敏感性分析（Sensitivity Analysis）”或“偏微分（Partial Derivatives）方法”

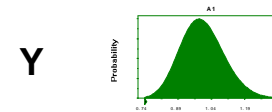
蒙特卡罗模拟

Monte Carlo



适用条件：已知X's的

- 均值的传递函数
- 均值
- 标准差
- 分布



输出：可以得到Y的

- 均值
- 标准差
- 分布

降低“Sigma”的概率性模型

$$\mu_Y \approx f(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$$

$$\sigma_Y \approx \sqrt{\sigma_1^2 \left(\frac{\partial Y}{\partial X_1} \right)^2 \Big|_{X_i = \mu_i} + \sigma_2^2 \left(\frac{\partial Y}{\partial X_2} \right)^2 \Big|_{X_i = \mu_i} + \dots + \sigma_n^2 \left(\frac{\partial Y}{\partial X_n} \right)^2 \Big|_{X_i = \mu_i}}$$

Sensitivity coefficient, $\left(\frac{\partial Y}{\partial X_i} \right)$ evaluated at $X_i = \mu_i$

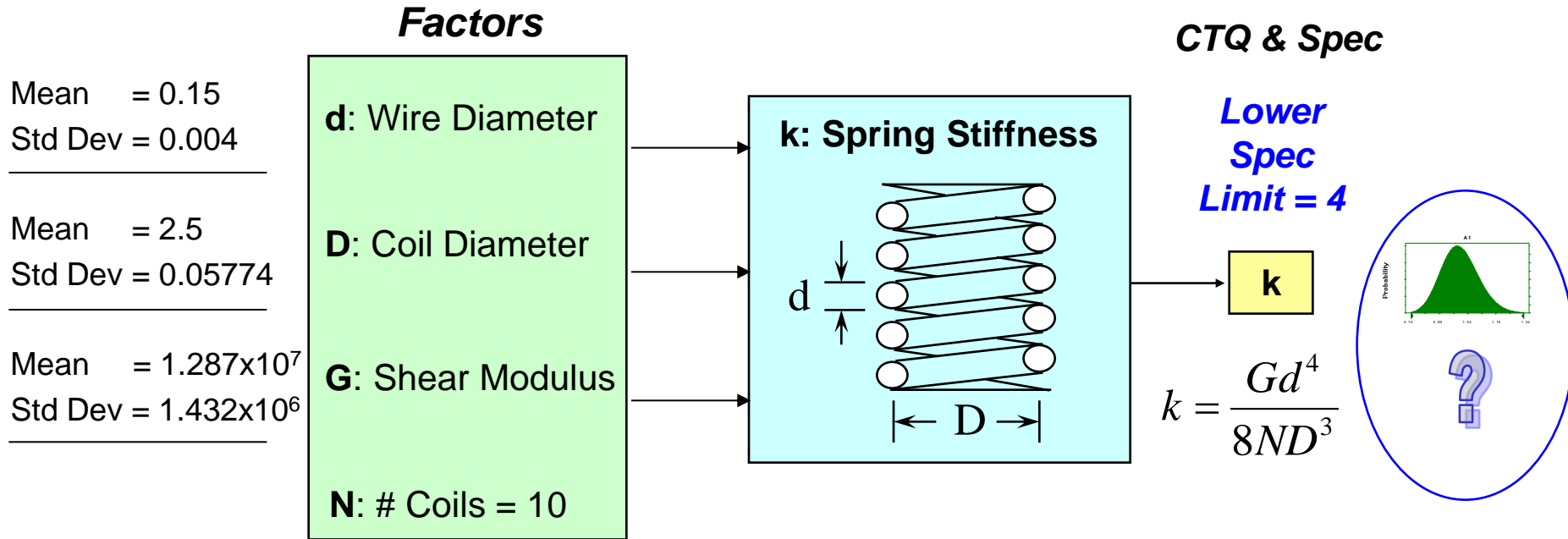
Standard deviation (σ)

误差传递：

从均值的传递函数 $Y = F(X's)$ 导出标准差的传递函数

$$\text{Sigma}_Y = F(\text{Sigma}_{X's})$$

Example 2: 误差传递



已知了均值传递函数、**X's**的均值和标准差，应用“误差传递”方法可以获得**k**的均值和标准差

Example 2: 误差传递

$$k = \frac{Gd^4}{8ND^3}$$

偏微分 (敏感性)	计算公式	计算结果 (d=0.15, D=2.5, G=1.287x10 ⁷)
$\frac{\partial k}{\partial d}$	$\frac{G}{8ND^3} (4d^3) = \frac{4k}{d}$	139.0
$\frac{\partial k}{\partial D}$	$\frac{Gd^4}{8N} \left(-\frac{3}{D^4}\right) = -\frac{3k}{D}$	-6.255
$\frac{\partial k}{\partial G}$	$\frac{d^4}{8ND^3} = \frac{k}{G}$	4.050x10 ⁷

Example 2: 误差传递

Factor	Description	Mean Value	Std. Dev.
d	Wire Diameter	0.15	0.004
D	Coil Diameter	2.5	0.05774
G	Shear Modulus	1.29E+07	1.43E+06

$$k = \frac{Gd^4}{8ND^3}$$

$$\frac{\partial k}{\partial d} = 138.996$$

$$\frac{\partial k}{\partial D} = -6.25482$$

$$\frac{\partial k}{\partial G} = 4.05E-07$$

$$\left(\frac{\partial k}{\partial d} S_d\right)^2 = 0.3091$$

$$\left(\frac{\partial k}{\partial D} S_D\right)^2 = 0.1304$$

$$\left(\frac{\partial k}{\partial G} S_G\right)^2 = 0.3364$$

$$S_k = \sqrt{\left(\frac{\partial k}{\partial d} S_d\right)^2 + \left(\frac{\partial k}{\partial D} S_D\right)^2 + \left(\frac{\partial k}{\partial G} S_G\right)^2} = 0.8809$$

$$Z_{st} = 2.88$$

$$DPMO_{IT} = 84359$$

$$VP_{xk} = \frac{100 \left(\frac{\partial \hat{y}}{\partial x_k} S_{xk}\right)^2}{\hat{S}^2}$$

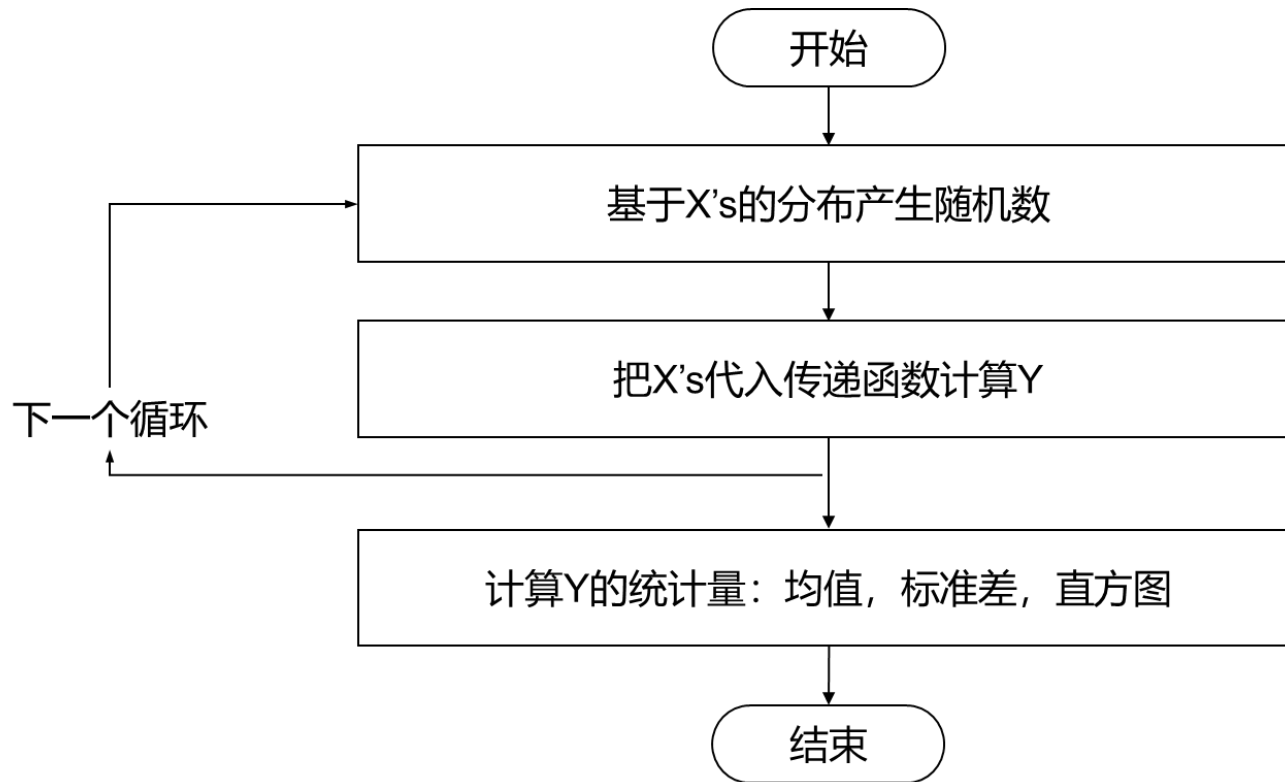
$$VP_d = 39.84$$

$$VP_D = 16.81$$

$$VP_G = 43.35$$

如果结果不能满足要求，可以根据VPx有针对性地调整X's的 Stdev

降低“Sigma”的概率性模型

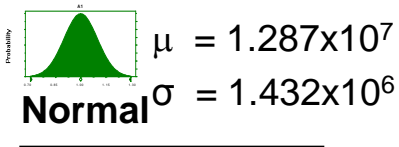
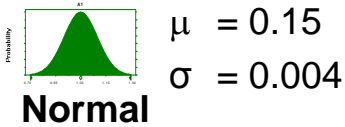


Monte-Carlo模拟：

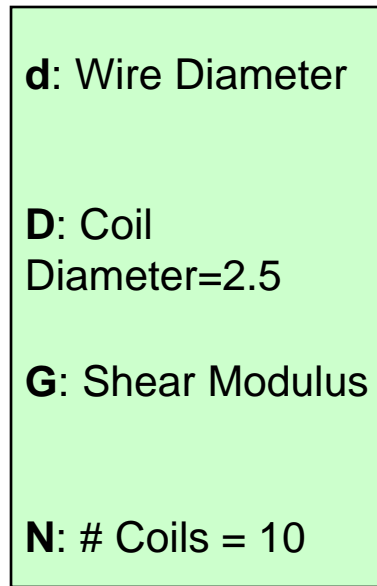
如果已知均值的传递函数， X 's的分布、均值和标准差，
可以应用Monte-Carlo模拟预测 Y 的分布、均值和标准差

Example 3: Monte-Carlo模拟

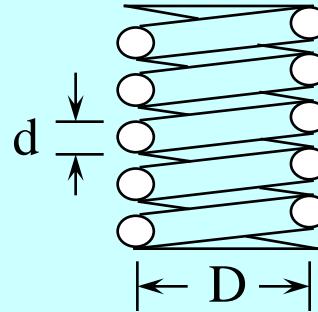
Available Factor Data



Factors



k: Spring Stiffness

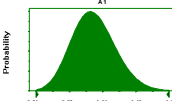


CTQ & Spec

Lower Spec Limit = 4

k

$$k = \frac{Gd^4}{8ND^3}$$



本例可以应用“Monte-Carlo模拟”方法，预测k的分布、均值和标准差

Example 3: Monte-Carlo模拟

1. 创建数据表中d和G列:

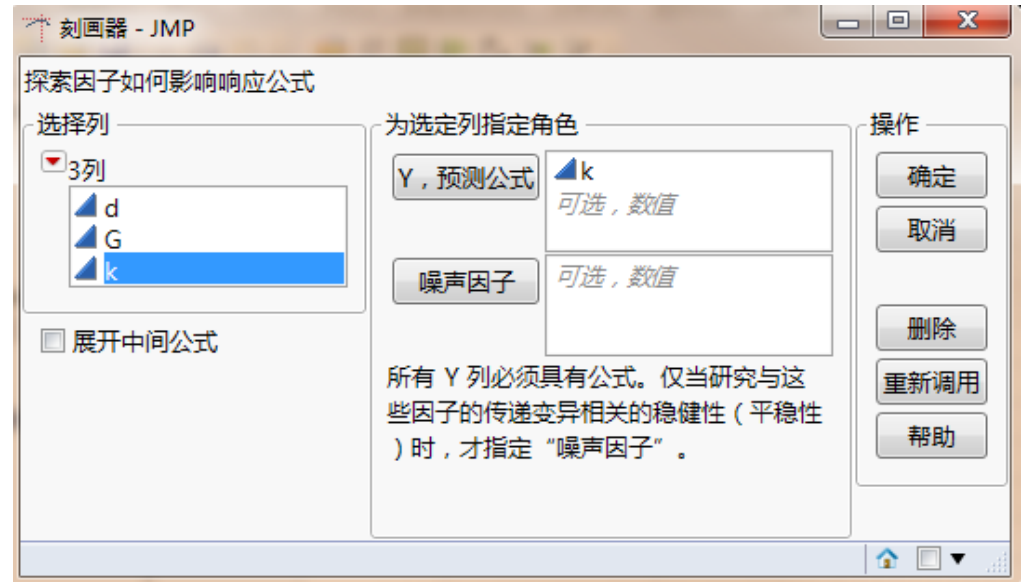
	d	G	k
1	0.12	11000000	1.824768
2	0.18	20000000	16.79616

2. 图形→刻画器:

***k列输入公式:

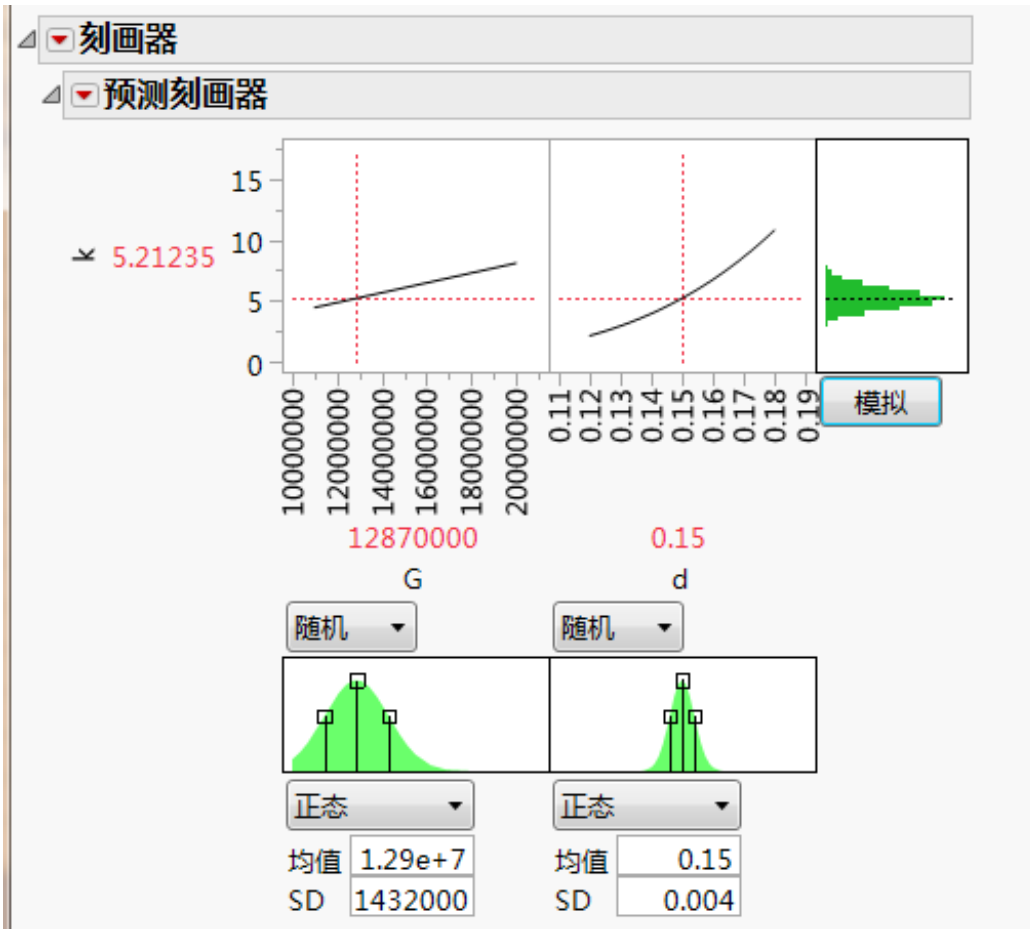


$$\frac{(G \cdot d^4)}{(80 \cdot 2.5^3)}$$

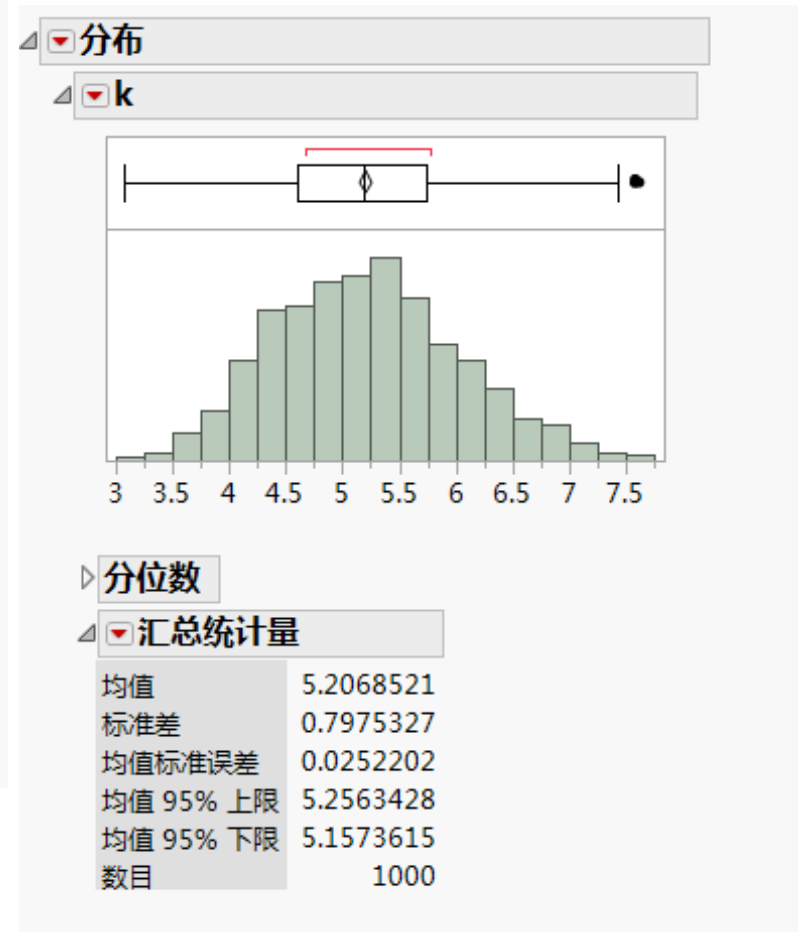


Example 3: Monte-Carlo模拟

3. 模拟结果:



4. 导出模拟数据并用“分布”平台汇总:



内容回顾

- 针对“Mean”的过程优化模型
- 确定性和概率性模型的概念
- 降低“Sigma”的确定性模型
 - Inner-Outer Array
- 降低“Sigma”的概率性模型
 - 误差传递
 - Monte-Carlo模拟

THANKS!

ANY QUESTIONS?